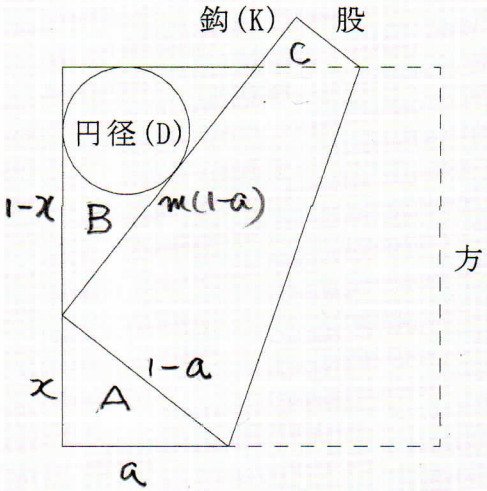
R.K.

【問題】 No.58

正方形の紙を図のように折り、左上に出来た直角三角形の内接円を描く、上部にはみ出した鈎股弦の鈎の長さ（K）を与えて、円径（D）を求めよ。



【解答】

方＝1，直角三角形を下から A，B，C とする。

その線分比を $\bar{A}:\bar{B}:\bar{C}=1:m:(n)$ とする。

△A において、

鈎を x，股を a と置くと弦は $(1-a)$ となる。

三平方の定理より $x^2+a^2=(1-a)^2=1-2a+a^2$ を解いて

$a=\dfrac{1-x^2}{2}$，$1-a=\dfrac{1+x^2}{2}$、

以上より下表を作る。

三角形	比	鈎	股	弦	径
A	1	x	a $=\dfrac{1-x^2}{2}$	$(1-a)$ $=\dfrac{1+x^2}{2}$	d ②
B	m ①	mx	ma $=1-x$	$m(1-a)$	md $=D$ ③
C	(n)	(nx) $=1-m(1-a)$ $=K$ ④	(na)	$(n(1-a))$	(nd)

①～④を計算する。

① Bの股より $ma=1-x$，$m=\dfrac{1-x}{a}=\dfrac{2(1-x)}{1-x^2}=\dfrac{2}{1+x}$，

② 二つの三角形面積の公式より

$$(S=)\ \frac{1}{2}\cdot xa=\frac{1}{2}\cdot\frac{d}{2}(x+\cancel{a}+1-\cancel{a})=\frac{d}{4}(x+1)$$

$$d=\frac{2xa}{x+1}=\frac{2x}{x+1}\cdot\frac{1-x^2}{2}=x(1-x)$$

③ $D=md=\dfrac{2}{1+x}\cdot x(1-x)=\dfrac{2x(1-x)}{1+x}$

④ $K=1-m(1-a)=1-\dfrac{\cancel{2}}{1+x}\cdot\dfrac{1+x^2}{\cancel{2}}=\dfrac{1+x-1-x^2}{1+x}=\dfrac{x(1-x)}{1+x}$

$D=XK$ とすると，$X=\dfrac{D}{K}=\dfrac{2x(1-x)}{1+x}\cdot\dfrac{1+x}{x(1-x)}=2$

従って $D=2K$。