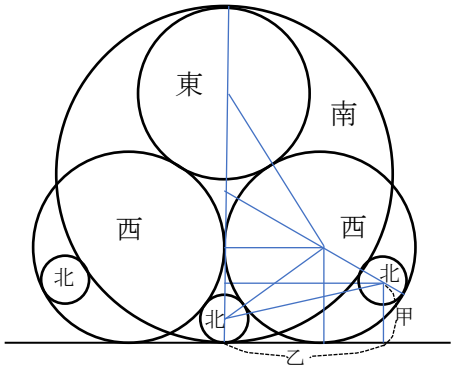
第 10 回【街角の問題】解答

松本　登志雄



東と西の接触関係から、

$$\left(\frac{東}{2}+\frac{西}{2}\right)^2=\left(\frac{西}{2}\right)^2+\left(南-\frac{東}{2}-\frac{西}{2}\right)^2 \quad \cdots①$$

西と北の接触関係から、

$$\left(\frac{西}{2}+\frac{北}{2}\right)^2=\left(\frac{西}{2}\right)^2+\left(\frac{西}{2}-\frac{北}{2}\right)^2 \quad \cdots②$$

南と右の北との接触関係から、

$$\left(\frac{南}{2}+\frac{北}{2}\right)^2=\left(\frac{南}{2}-甲\right)^2+乙^2 \quad \cdots③$$

西と右の北との接触関係から、

$$\left(\frac{西}{2}-\frac{北}{2}\right)^2=\left(乙-\frac{西}{2}\right)^2+\left(\frac{西}{2}-甲\right)^2 \quad \cdots④$$

相似の関係から、

$$乙:\left(\frac{南}{2}-甲\right)=\frac{西}{2}:\left(\frac{南}{2}-\frac{西}{2}\right) \quad \cdots⑤$$

①より、$0=-南^2+南東+南西-\frac{1}{4}西^2$　…⑥　　②より、$西=4\,北$　…⑦

③より、$0=\frac{1}{4}北^2+\frac{1}{4}南北-甲^2+甲南-乙^2$　…⑧

④より、$0=\frac{1}{4}北^2+\frac{1}{2}西北-甲^2+甲西-乙^2+乙西-\frac{1}{4}西^2$　…⑨

⑤より、$0=-2\,甲西-2\,南乙+南西+2\,乙西$　…⑩

⑧－⑨より、$0=\frac{1}{2}北南+\frac{1}{2}西北+甲南-甲西-乙西+\frac{1}{4}西^2$　…⑪

⑩，⑪を甲と、乙について解けば、

$$甲=\frac{-2\,北南^2+2\,北西^2+南西^2+西^3}{4\left(南^2-2\,南西+2西^2\right)},\quad 乙=\frac{-2\,北南西+2\,北西^2+2南^2西-2\,南西^2+西^3}{4\left(南^2-2\,南西+2西^2\right)}$$

⑧に代入して、計算整理すれば、

$$0=西(西-4\,南)\left(-南^2+2\,南西-2西^2\right)\left(-4北^2-4\,北南+4\,北西+西^2\right)$$

したがって、$0=-4北^2-4\,北南+4\,北西+西^2$　…⑫

⑦を⑥，⑫に代入すれば、

$0=-4北^2+4\,北南-南^2+南東$　および　$0=-28北^2-4\,北南$　を得る。

後式から、$南=7\,北$　これを前式に代入すれば、

$$北=\frac{7}{25}東=\frac{7}{5}寸$$　を得る。