第１３回「街角の問題」　解法例　　鈴木俊行

図１のように作図する。

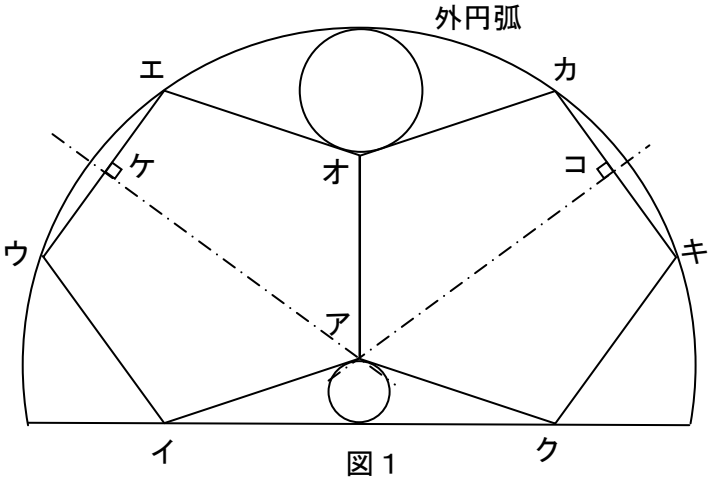

図１

線分ウエは、外円弧の弦になっているので、
弦ウエの中点ケを通る弦ウエに垂直な直線は、
外円弧の中心を通る。

同様に、外円の弦カキの中点コを通る
弦カキに垂直な直線も、外円弧の中心を通る。

したがって、この２つの直線の交点アが
外円弧の中心であることが分かる。

大円，小円と正五角形の接触状態を
分かりやすくするため、図２のように拡大して作図する。

正五角形の一辺オアの中点サを通り、線分オアに垂直な直線を引くと正五角形の頂点ウ，頂点キを通り、線分イエを垂直に等分する。線分イエの中点をシとする。

線分アオの延長線が外円弧と交わる点をタ，線分イクと交わる点をチとする。
大円の中心をツ，小円の中心をテとする。
線分エオと大円の接点をナ，線分クアと小円の接点をニとする。
大円の中心ツから線分ウアに下した垂線の足をヌとする。この垂線は、点ナを通る。
小円の中心テから線分キオに下した垂線の足をネとする。この垂線は、点ニを通る。

外円弧の半径の長さを外，大円の半径の長さを大，小円の半径の長さを小とする。
正五角形の一辺の長さを子，線分シイの長さを丑，線分ナヌの長さを寅とする。

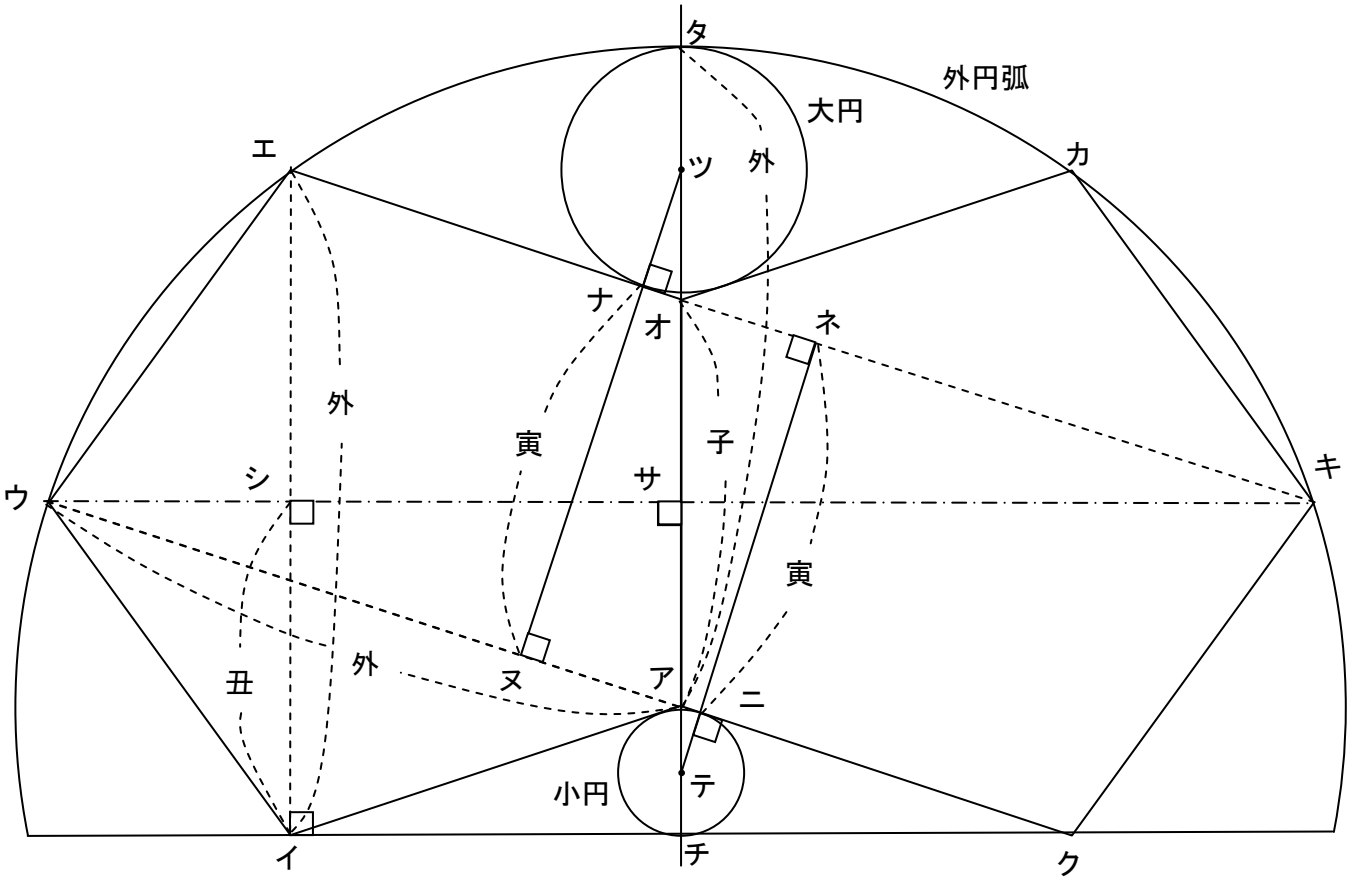

図２

線分アウは、正五角形の対角線であるが、外円弧の半径なので、長さは外に等しい。
したがって、正五角形の対角線である線分イエの長さも外に等しい。

$$丑 = \frac{外}{2} \qquad ・・・（1）$$

直角三角形ツナオ　と　直角三角形ツヌア　は相似。

$$(線分ツオの長さ) : (線分ツアの長さ) = (線分ツナの長さ) : (線分ツヌの長さ)$$

$$(外 - 子 - 大) : (外 - 大) = (大) : (大 + 寅)$$

$$(外 - 子 - 大) \times (大 + 寅) = 大 \times (外 - 大)$$

$$外 \times 大 - 子 \times 大 - 大^2 + 外 \times 寅 - 子 \times 寅 - 大 \times 寅 = 外 \times 大 - 大^2$$

$$-子 \times 大 + 外 \times 寅 - 子 \times 寅 - 大 \times 寅 = 0$$

$$(子 + 寅) \times 大 = 外 \times 寅 - 子 \times 寅$$

$$大 = \frac{外 \times 寅 - 子 \times 寅}{子 + 寅} \qquad ・・・（2）$$

直角三角形テニア　と　直角三角形テネオ　は相似。

$$(線分テアの長さ) : (線分テオの長さ) = (線分テニの長さ) : (線分テネの長さ)$$

$$\left(丑 - \frac{子}{2} - 小\right) : \left(丑 + \frac{子}{2} - 小\right) = (小) : (小 + 寅)$$

$$\left(丑 - \frac{子}{2} - 小\right) \times (小 + 寅) = 小 \times \left(丑 + \frac{子}{2} - 小\right)$$

$$丑 \times 小 - \frac{子}{2} \times 小 - 小^2 + 丑 \times 寅 - \frac{子}{2} \times 寅 - 寅 \times 小 = 丑 \times 小 + \frac{子}{2} \times 小 - 小^2$$

$$-\frac{子}{2} \times 小 + 丑 \times 寅 - \frac{子}{2} \times 寅 - 寅 \times 小 = \frac{子}{2} \times 小$$

（1）を適用して

$$(子 + 寅) \times 小 = \frac{外}{2} \times 寅 - \frac{子}{2} \times 寅$$

$$2 \times 小 = \frac{外 \times 寅 - 子 \times 寅}{子 + 寅} \qquad ・・・（3）$$

（2）と（3）を見比べて

$$大 = 2 \times 小$$

答え　　大円の半径は、小円の半径の２倍