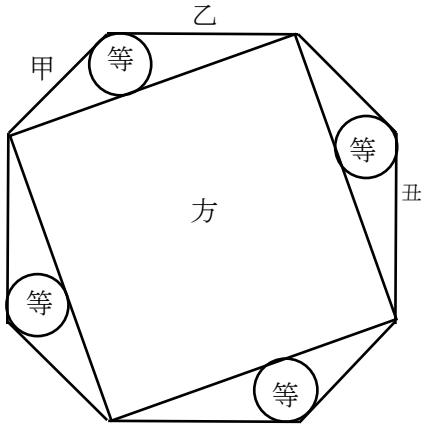
第 5 回「街角の問題」解答

松本 登志雄

抹角の一辺の長さを甲、他辺の長さを乙とする。等円径は等、方の辺は方で表す。



$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}甲\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}甲+乙\right)^2=方^2$ …①

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}甲\right)乙=\frac{1}{2}\frac{1}{2}等(甲+乙+方)$ …②

②より、$\sqrt{2}甲乙=等(甲+乙+方)$ …③

①より、$0=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}甲\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}甲+乙\right)^2-方^2$

$=(甲+乙)^2+(\sqrt{2}-2)甲乙-方^2$ …④

$甲+乙=角$，$甲乙=亢$ とおけば、

④より、$0=角^2+(\sqrt{2}-2)亢-方^2$ ∴ $亢=\frac{方^2-角^2}{\sqrt{2}-2}$ …⑤

③に代入すれば、$\sqrt{2}亢=等(角+方)$ …⑥

⑤，⑥より、 $角=方+(\sqrt{2}-1)等$，$亢=\sqrt{2}方等+\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)等^2$

よって、黒積は $\left(\frac{1}{2}甲乙\times\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{\pi}{4}等^2\right)\times 4=\sqrt{2}甲乙-\pi等^2=\sqrt{2}亢-\pi等^2$

したがって、$2方等+(\sqrt{2}-1-\pi)等^2$

これで見ると、等円の位置によって抹角はいろいろ変形するが、黒積は不変である。これは意外である。